

基于拉格朗日对偶的一类全局优化算法

吴慧卓, 张可村

(西安交通大学理学院, 710049, 西安)

摘要: 针对带有非凸二次函数约束的非凸二次规划问题(NQP), 提出了一个基于拉格朗日对偶的确定型全局优化算法, 这类优化算法可广泛应用于工程设计和非线性系统的鲁棒稳定性分析等实际问题中. 为求解此问题, 首先, 应用拉格朗日对偶对原问题进行下界估计. 其次, 为克服拉格朗日对偶问题的非凸性, 利用线性化方法, 得到拉格朗日对偶问题的线性下界估计, 并且由此建立了NQP拉格朗日对偶问题的松弛线性规划(RLP). 如此通过对RLP可行域的细分和一系列RLP的求解过程, 从理论上证明了算法收敛到NQP的全局最优解. 数值算例应用结果表明, 该方法是可行的.

关键词: 工程设计; 非凸二次规划问题; 拉格朗日对偶; 全局优化

中图分类号: O221.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2008)08-1031-04

Global Optimization Algorithm Based on Lagrangian Dual

WU Huizhuo, ZHANG Kecun

(School of Sciences, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A deterministic global optimization algorithm based on Lagrangian dual is proposed for solving the nonconvex quadratic programming with nonconvex quadratic constraints, which is often encountered in technical design and operational research. By utilizing a linearized method the difficulty that the Lagrangian dual problem is nonconvex is solved and the linearization relaxation of the Lagrangian is obtained. The proposed branch and bound algorithms are convergent to the global minimum via successive refinement of the linear relaxation of the Lagrangian dual problem and the solutions to a series of the relaxation of linear programming. Interval Newton method is used to accelerate the convergence of the algorithm. Numerical experiments are given to verify the feasibility of the proposed algorithm.

Keywords: technical design; nonconvex quadratic programming; Lagrangian dual; global optimization

考虑下面带有非凸二次函数约束的非凸二次规划问题

$$\begin{aligned} \text{NQP}(\Omega) \quad & \min \quad g_0(\mathbf{x}) \\ \text{s. t.} \quad & g_j(\mathbf{x}) \leq b_j, \quad j = 1, \dots, M \end{aligned}$$

$$\mathbf{x} \in \Omega = \{\mathbf{x}: 0 < \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i < \infty, \forall i \in \{1, \dots, n\}\}$$

其中

$$g_j(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_j^T \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q}_j \mathbf{x} \quad j = 0, 1, \dots, m \quad (1)$$

$\mathbf{c}_j \in R^n, \mathbf{Q}_j \in R^{n \times n}, j = 0, 1, \dots, m$ 均为对称但不一定

正定的矩阵, $b_j (j = 1, \dots, m)$ 为任意实数. 由于 $g_j(\mathbf{x})$ 为非凸二次函数, 所以此问题为非凸规划问题.

上述 NQP 问题已广泛应用于工程设计、运输、政府决策、经济和金融等实际问题中^[1-2], 但由于 NQP 问题在它的原始和对偶表示式中均出现非凸项以及存在多个局部极小和可能出现的非凸可行域, 使得求解起来十分困难, 而且此问题是 NP-难的. 目前, 已有的优化方法都是针对 NQP 的特殊形式进行讨论的, 如此问题退化成一凸规划问题, 当

Q_j 为稀疏矩阵^[3-4]. 最近,我们在文献[5]中给出了基于原问题的线性化松弛办法,文献[6]也给出了一类求解此问题的全局最优化方法.

本文给出一类基于拉格朗日对偶的全局最优化方法. 该方法可求解双线性规划^[7]以及带非凸二次函数约束的凸二次规划问题^[8],与文献[6]中方法相比,本文方法更容易求解. 最后对文献[5]中一数值算例进行计算,结果表明方法是可行的.

1 拉格朗日松弛问题和全局优化算法

首先,定义 NQP 的对偶问题为

$$\max_{\mathbf{v} \geq 0} \Theta(\mathbf{v}) = \min_{\mathbf{x} \in \Omega} \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = g_0(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m (\nu_j [g_j(\mathbf{x}) - b_j])$$

式中: $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{v}) = g_0(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m (\nu_j [g_j(\mathbf{x}) - b_j])$ 称为 NQP 的拉格朗日函数; $\mathbf{v} = (\nu_j)_{m \times 1} \in R^m$ 称为对偶变量.

对于固定的对偶变量 $\mathbf{v}$, 下面的定理给出 $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ 的线性下界估计, 首先定义

$$\Phi_j(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \gamma_j \|\mathbf{x}\|^2 + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Q}_j \mathbf{x}$$

$$\Psi_j(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \gamma_j \|\mathbf{x}\|^2 - \mathbf{c}_j^T \mathbf{x} \quad j = 0, 1, \dots, M$$

$$\Xi_j^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}) = \Phi_j^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}) - \Psi_j^L(\mathbf{x})$$

$$\Xi_j^U(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}) = \Phi_j(\mathbf{x}) - \Psi_j^U(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y})$$

$$\Delta_j^1(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}) = g_j(\mathbf{x}) - \Xi_j^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y})$$

$$\Delta_j^2(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}) = \Xi_j^U(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}) - g_j(\mathbf{x})$$

式中: γ_j 为使得函数 $\Phi_j(\mathbf{x})$ 和 $\Psi_j(\mathbf{x})$ 均为凸函数的正常数, 其产生办法可见文献[5]; $\mathbf{y}, \bar{\mathbf{y}} \in \Omega$ 均为常向量, 在本文中总是选择 $\mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}} = \frac{\mathbf{x} + \bar{\mathbf{x}}}{2}$

$$\Phi_j^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}) = \mathbf{x}^T \nabla \Phi_m(\mathbf{y}) - \Phi_j(\mathbf{y})$$

$$\Psi_j^L(\mathbf{x}) = \frac{\gamma_j}{2} \sum_{i=1}^n ((x_i^L + x_i^U) x_i - x_i^L x_i^U) - \mathbf{c}_j^T \mathbf{x}$$

$$\Psi_j^U(\mathbf{x}, \Omega, \bar{\mathbf{y}}) = \mathbf{x}^T (\gamma_j \bar{\mathbf{y}} - \mathbf{c}_j) - \frac{\gamma_j}{2} \|\bar{\mathbf{y}}\|^2$$

$$j = 0, 1, \dots, m$$

定理 1 对任意 $\mathbf{x} \in \Omega, j = 0, 1, \dots, m, \mathbf{y}, \bar{\mathbf{y}}$ 如上面所定义, 固定 $\mathbf{v} \geq 0$ 下面的线性函数 $\varphi^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}; \mathbf{v}) =$

$$\Xi_0^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}) + \sum_{j=1}^m (\nu_j [\Xi_j^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}) - b_j]), \varphi^U(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y};$$

$$\mathbf{v}) = \Xi_0^U(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}) + \sum_{j=1}^m (\nu_j [\Xi_j^U(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}) - b_j]) \text{ 满足:}$$

(1) 对 $\forall \mathbf{x} \in \Omega, \varphi^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}; \mathbf{v}) \leq \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \leq \varphi^U(\mathbf{x}, \Omega, \bar{\mathbf{y}}; \mathbf{v});$

(2) 记 $\Delta^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}; \mathbf{v}) = \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{v}) - \varphi^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}; \mathbf{v}), \Delta^U(\mathbf{x}, \Omega, \bar{\mathbf{y}}; \mathbf{v}) = \varphi^U(\mathbf{x}, \Omega, \bar{\mathbf{y}}; \mathbf{v}) - \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{v})$, 那么

$$\lim_{|\Omega| \rightarrow 0} \Delta^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}; \mathbf{v}) = \lim_{|\Omega| \rightarrow 0} \Delta^U(\mathbf{x}, \Omega, \bar{\mathbf{y}}; \mathbf{v}) = 0$$

证明 由文献[5]中定理 2 知结论成立.

注 由定理 1 得到 NQP 拉格朗日问题的松弛线性规划问题(RLP)

$$\text{RLP}(\Omega): \min \varphi^L(\mathbf{x}, \Omega, \mathbf{y}; \mathbf{v}) \\ \text{s. t. } \mathbf{x} \in \Omega$$

设带有非凸二次约束的非凸二次规划问题的最优目标值用 $V[P]$ 表示, 由以上讨论, 对任意 $\bar{\Omega} \subseteq \Omega$, 问题 $\text{NQP}(\bar{\Omega})$ 和 $\text{RLP}(\bar{\Omega})$ 的最优目标值之间满足 $V[\text{RLP}(\bar{\Omega})] \leq V[\text{NQP}(\bar{\Omega})]$.

下面, 给出求解问题 NQP 的全局 V 优化算法. 通过求解一系列 RLP, 逐步改进原 NQP 最优目标值的上界和下界, 最终确定原问题的全局极小解. 假定在算法进行的第 k 次迭代中, L_k 表示由活动节点 (即可能存在全局解的子长方体) 构成的集合, 其相应的指标集设为 Q_k , 指标为 $q \in Q_k$, 即对 $\forall q \in Q_k$, 相应的子长方体 Ω^q 满足 $\Omega^q \subseteq \Omega \in L_k$. 对每个 Ω^q , 求解 $\text{RLP}(\Omega^q)$, 得最优值 $B(q) = V[\text{RLP}(\Omega^q)]$, 而 $\text{NQP}(\Omega)$ 的全局最优值的一个下界为 $B_k = \min\{B(q): q \in Q_k\}$. 对 $\forall q \in Q_k$, 若 $\text{RLP}(\Omega^q)$ 的最优解对 $\text{NQP}(\Omega)$ 是可行的, 则更新 $\text{NQP}(\Omega)$ 的上界 V^* (若需要). 现选定一活动节点 Ω' 使其在所有 $q \in Q_k$ 中具有最小下界 $B(t) = \min\{B(q): q \in Q_k\}$, 然后将 Ω' 分成两部分, 对每个新的节点求其相应的解, 这一过程重复下去直到满足收敛条件为止. 算法具体步骤如下.

步 0: 初始化.

令 $Q_0 = \{0\}, \Omega^0 = \Omega, v^1 = 0, V^* = \infty$, 求解 $\text{RLP}(\Omega)$ 得其最优目标函数值 $B_0 = V[\text{RLP}(\Omega)]$. 令 $k := 0$.

步 1: 下界迭代步.

(1) 令 $t := \arg \min_j \{B_j: j \in Q_k\}$, 求解相应于节点 Ω' 的下界, 令

$$h := 1; v^1 := \mathbf{v}'; g^0 := V[\text{RLP}(\Omega')]$$

如果 $V[\text{RLP}(\Omega')] \leq V^*$ 且 $g^h > g^{h-1}$, 则

$$\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{v}^h) = g_0(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m \nu_j^h (g_j(\mathbf{x}) - b_j)$$

函数 $\varphi^L(\mathbf{x}, \Omega', \mathbf{y}'; \mathbf{v}^h)$ 为拉格朗日函数 $\varphi(\mathbf{x}, \lambda^h)$ 在 Ω' 上的线性下界估计. 令

$$\mathbf{x}^h := \arg \min \{\varphi^L(\mathbf{x}, \Omega', \mathbf{y}'; \mathbf{v}^h): \mathbf{x} \in \Omega'\}$$

$$g^h := \min\{\varphi^L(x, \Omega^t, y^t; v^h) : x \in \Omega^t\}$$

(2) 如果 $g^h > V[\text{RLP}(\Omega^t)]$, 则令 $\tilde{x} := x^h, \tilde{v} = v^h, V[\text{RLP}(\Omega^t)] := g^h$. 如果 $V[\text{RLP}(\Omega^t)] > V^*$, 则令 $Q_k := Q_k \setminus \{t\}$, 转步 4. 如果 x^h 满足 $g_j(x^h) \leq b_j, j = 1, \dots, m$, 且 $g_0(x^h) \leq V^*$, 则令 $V^* := g_0(x^h)$, 令

$$\zeta_j^h = \begin{cases} g_j(x^h) - b_j & \text{if } g_j(x^h) < b_j \text{ or } v_j^h > 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (2)$$

令 $v_j^{h+1} = \max\{0, v_j^h + \lambda_h \zeta_j^h\}$, 其中 λ_h 为步长参数, 令 $h := h+1$.

步 2: 加速步.

(1) $\tilde{x}$ 和 $\tilde{v}$ 为原问题及其对偶问题的初始可行点, 应用牛顿方法求得满足必要条件的 KKT 点, 如果找到一个更好的可行解, 则迭代 V^* 和 $\tilde{x}$.

(2) 应用区间牛顿法求解 Ω^t 上满足 Fritz-John 最优条件的点集 $\{x^\eta | \eta \in \kappa\}$. 如果存在 $\eta \in \kappa$ 和 $j \in \{1, \dots, m\}$, 使得 $g_j(x^\eta) \leq b_j$ 且 $g_0(x^\eta) \leq V^*$, 则 $V^* := g_0(x^\eta), \tilde{x} := x^\eta$.

步 3: 分支步.

如果区间牛顿法收敛到一个点或者证明在 Ω^t 中没有满足最优性条件的点, 则令 $Q_k := Q_k \setminus \{t\}$; 否则, 记 $p = \arg \max\{u_i^t - l_i^t : i \in \{1, \dots, n\}\}$, 沿第 p 个方向将 Ω^t 平分为两部分, 设为 $\Omega^r (r=1, 2)$, Q_k 中相应于 t 的指标被 $t_r (r=1, 2)$ 所代替, 即 $t_1, t_2 \in Q_k$. 令 $B_{d1} = B_{d2} = B_{dt}$, 且 $v^1 = v^{t^2} = v^t$. 令

$$Q_k := Q_k \setminus \{t\} \cup \{t_1, t_2\}$$

步 4: 收敛性测试.

如果 $Q_k = \emptyset$, 停止迭代, 则 $\tilde{x}$ 为所求最优解或者原问题为无解的, 如果 $|Q_k| \geq 1$, 则转步 1.

区间牛顿法以区间 Ω^k 为初始点, 得到一新的区间 Ω^{k+1} . 关于区间牛顿法^[9] 有下面的结论: ① 如果 $\Omega^{k+1} \cap \Omega^k = \emptyset$, 则 Ω^0 没有满足条件的解; ② 如果这些区间收敛到一个点, 则此点即为 Ω^0 中惟一满足条件的解.

对每个区间 Ω^t , 设其在分支定界二叉树中有 s^t 个祖先, 则我们取步长参数 $\lambda_h := 1/s^t$. 显然, 这种选取方法使得 λ_h 满足 $\lambda_h \rightarrow 0$, 且 $\sum_{h=1}^{\infty} \lambda_h = \infty$.

2 算法的收敛性

下面我们总是假设 NQP 问题存在最优解, 根据以上讨论可得下面的收敛性定理. 由算法的设计知, 如算法有限步停止, 则算法有限步内求得 NQP 的全局最优解. 设算法不会有限步终止, 则此时设 ω 为任一沿着分支定界二叉树的无穷路径, $\Omega^{\omega(1)} \supset$

$\Omega^{\omega(2)} \supset \Omega^{\omega(3)} \dots$ 为沿着此路径的无穷分支区间序列, 而 $\{v^{\omega(k)}\}_{k=1}^{\infty}$ 和 $\{x^{\omega(k)}\}_{k=1}^{\infty}$ 为相应于此分支区间序列的无穷对偶解和原始解序列, 而且由本文的分支方法知 $\lim_{k \rightarrow \infty} (\bar{x}^{\omega(k)} - \underline{x}^{\omega(k)}) = 0$, 其中 $\Omega^{\omega(k)} = [\underline{x}^{\omega(k)}, \bar{x}^{\omega(k)}]$. 另外, 假设 $\lim_{k \rightarrow \infty} x^{\omega(k)} = \tilde{x}^{\omega}$ 和 $\lim_{k \rightarrow \infty} v^{\omega(k)} = \tilde{v}^{\omega}$.

定理 2 $\tilde{x}^{\omega}$ 和 $\tilde{v}^{\omega}$ 由上面所定义, 如果 $\tilde{x}^{\omega}$ 满足 $g_j(\tilde{x}^{\omega}) < b_j, j = 1, \dots, m$, 则 $\tilde{v}^{\omega} = 0$.

证明 定义 $\varepsilon_j := b_j - g_j(\tilde{x}^{\omega}) > 0$ 和 $0 < \rho < 1$. 由 $g_j(x)$ 的连续性以及 $\lim_{k \rightarrow \infty} (\bar{x}^{\omega(k)} - \underline{x}^{\omega(k)}) = 0$, 则 $\exists \bar{k}$, s. t. $b_j - g_j(\tilde{x}^{\omega}) \geq \rho \varepsilon_j, \forall x \in \Omega^{\omega(k)}, k \geq \bar{k}$. 因此, 由式 (2), $v_j^{\omega(\bar{k}+1)} \leq \max\{0, v_j^{\omega(\bar{k})} - \lambda_{\omega(\bar{k})}(\rho \varepsilon_j)\}$, 且 $v_j^{\omega(\bar{k}+r)} \leq \max\{0, v_j^{\omega(\bar{k})} - (\rho \varepsilon_j) \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_{\omega(\bar{k}+i)}\}$. 由于 $\sum_{i=0}^{\infty} \lambda_{\omega(\bar{k}+i)} = \infty$, 所以 $\lim_{k \rightarrow \infty} v^{\omega(k)} = 0$.

定理 3 $\tilde{x}^{\omega}$ 是 NQP 的可行解, 即 $g_j(\tilde{x}^{\omega}) \leq b_j, j = 1, \dots, m$.

证明 假设 $\tilde{x}^{\omega}$ 是不可行的, 则至少存在一个 j , 使得 $g_j(\tilde{x}^{\omega}) - b_j = \varepsilon_j > 0$. 类似于定理 2 的证明, 则存在一个正整数 $\bar{k}$, 使得 $g_j(x) - b_j \geq \rho \varepsilon_j$, 其中 $\rho \in (0, 1), \forall x \in \Omega^{\omega(k)}, k \geq \bar{k}$, 因此对偶解 $v_j^{\omega(\bar{k}+r)} \geq v_j^{\omega(\bar{k})} + (\sum_{i=0}^{r-1} \lambda_{\omega(\bar{k}+i)})(\rho \varepsilon_j)$. 因为 $\sum_{i=0}^{\infty} \lambda_{\omega(\bar{k}+i)} = \infty$, 因此 $\lim_{k \rightarrow \infty} v_j^{\omega(k)} = \infty$. 由定理 2 知, 当 k 充分大时, 如果对某个 $s \in \{1, \dots, m\}, g_s(x^{\omega(k)}) < b_s$, 则 $v_s^{\omega(k)} = 0$, 如此 $\forall j \in \{1, \dots, m\}, v_j^{\omega(k)}(g_j(x^{\omega(k)}) - b_j) \leq 0$, 因此 $\lim_{k \rightarrow \infty} \varphi(x^{\omega(k)}, v^{\omega(k)}) \geq \lim_{k \rightarrow \infty} (g_0(x^{\omega(k)}) + v_j^{\omega(k)}(g_j(x^{\omega(k)}) - b_j)) \geq g_0(x^{\omega}) + (\rho \varepsilon_j) \lim_{k \rightarrow \infty} v_j^{\omega(k)}$. 因此 $\lim_{k \rightarrow \infty} \varphi(x^{\omega(k)}, v^{\omega(k)}) = \infty$.

又由定理 1, $\lim_{k \rightarrow \infty} \varphi(x^{\omega(k)}, \Omega^{\omega(k)}, y^{\omega(k)}; v^{\omega(k)}) = \lim_{k \rightarrow \infty} \varphi(x^{\omega(k)}, v^{\omega(k)}) = \infty$, 但这是不可能的, 因为由算法知此时 $\Omega^{\omega(k)}$ 将被删除掉, 因此 $\tilde{x}^{\omega}$ 为 NQP 的可行解.

定理 4 $\tilde{x}^{\omega}$ 是 NQP 的全局最优解, 即 $g_0(\tilde{x}^{\omega}) \leq g_0(x), \forall x \in \{x : g_j(x) \leq b_j, j = 1, \dots, m\}$.

证明 由定理 3, $g_j(\tilde{x}^{\omega}) \leq b_j, j = 1, \dots, m$, 因此 $g_0(\tilde{x}^{\omega}) \geq V^*$, 其中 V^* 为 NQP 的全局最优目标函数值. 显然由算法的设计, $\varphi^L(x^{\omega(k)}, \Omega^{\omega(k)}, y^{\omega(k)}; v^{\omega(k)}) \leq g^*, \forall k$. 结合定理 1

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varphi^L(x^{\omega(k)}, \Omega^{\omega(k)}, y^{\omega(k)}; v^{\omega(k)}) = \lim_{k \rightarrow \infty} \varphi(x^{\omega(k)}, v^{\omega(k)}) \leq V^*$$

又由定理 2, $\lim_{k \rightarrow \infty} \varphi(x^{\omega(k)}, v^{\omega(k)}) = g_0(\tilde{x}^{\omega})$, 即 $g_0(\tilde{x}^{\omega}) \leq$

V^* . 由 $\tilde{x}^w$ 是 NQP 的可行解, 而 V^* 为其全局最优目标函数值, 因此 $g_0(\tilde{x}^w) = V^*$, 即 $\tilde{x}^w$ 为 NQP 的全局最优解.

3 算 例

为了验证本文方法, 我们考虑文献[5]中的一个问题, 它的数学模型可表示成下面的 NQP 问题

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 \\ \text{s. t.} \quad & \frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{6}x_2^2 - \frac{1}{6}x_1^2 \leq 1 \\ & \frac{1}{14}x_1^2 + \frac{1}{14}x_2^2 - \frac{3}{7}x_1 - \frac{3}{7}x_2 \leq 1 \\ & 1 \leq x_1 \leq 5.5 \quad 1 \leq x_2 \leq 5.5 \end{aligned}$$

用本文方法对这一问题用 C 语言进行数值计算, 计算结果迭代次数为 6, 运行时间为 1.2 s, 求得的最优值为 $V^* = 1.176\ 547$, 最优解为 $(x_1^* = 1.176\ 547, x_2^* = 2.178\ 737\ 1)$. 由文献[10]中的方法可求得此问题的最优值 $V^* = 1.178$, 最优解为 $(x_1^* = 1.178, x_2^* = 2.178)$, 由此可见本文方法要优于文献[10]中的方法.

参考文献:

- [1] KHAMMASH M H. Synthesis of globally optimal controllers for robust performance to unstructured uncertainty[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1996, 41(2):189-198.
- [2] SALAPAKA M V, KHAMMASH M H, VOORHIS T V. Synthesis of globally optimal controllers in h_∞ using the reformulation-linearization technique[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1998.
- [3] LODWICK W A. Preprocessing nonlinear functional constraints with applications to the pooling problem[J]. ORSA Journal on Computing, 1992, 4(1):119-131.
- [4] FLOUDAS C A, VISWESWARAN V. Primal-relaxed dual global optimization approach[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 1993, 78:187-225.
- [5] QU S J, YIN H Y, ZHANG K C. A global optimization algorithm using linear relaxation[J]. Applied Mathematics and Computation, 2006, 178:510-518.
- [6] VOORHIS T V. A global optimization algorithm using Lagrangian underestimates and the interval Newton method[J]. Journal of Global Optimization, 2002, 24:349-370.
- [7] PARDLOS P M, ROSEN J B. Constrained global optimization: algorithms and applications[M]. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1987.
- [8] AN L T H. An efficient algorithm for globally minimizing a quadratic function under convex quadratic constraints[J]. Math Program: Ser A, 2000, 87(12):401-426.
- [9] KEARFOTT R B. Rigorous global search: continuous problems, nonconvex optimization and its applications[M]. Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [10] MARANAS C D, FLOUDAS C A. Global optimization in generalized geometric programming[J]. Computers and Chemical Engineering, 1997, 21(4):351-369.

(编辑 杜秀杰)

我校国家重点实验室在评估中喜获佳绩

科技部日前公布了 2008 年工程与材料领域国家及部门重点实验室评估结果, 我校动力工程多相流国家重点实验室继 2003 年重点实验室评估被评为优秀类实验室后, 今年再一次被评为优秀类实验室, 其他 4 个参评实验室被评为良好类实验室.

今年科技部组织了对 54 个工程与材料领域国家和部门重点实验室的评估, 其中工程领域 34 个, 材料领域 20 个; 国家重点实验室 50 个, 部门实验室 4 个. 经过现场评估和复评, 最终产生了 9 个优秀类实验室, 其中工程领域 5 个, 材料领域 4 个; 43 个良好类实验室, 其中工程领域 28 个, 材料领域 15 个. 我校共有 5 个实验室参评, 其中工程领域的 4 个分别是动力工程多相流国家重点实验室、机械制造系统工程国家重点实验室、电力设备电气绝缘国家重点实验室和强度与振动教育部重点实验室, 材料领域的是金属材料强度国家重点实验室.

(来源: 西安交大科技在线 <http://www.xjtust.com>)